

认知 MIMO 干扰网络的顽健干扰对齐算法

朱世磊¹, 周游², 任修坤¹, 胡捍英¹

(1. 解放军信息工程大学导航与空天目标工程学院, 河南 郑州 450002;

2. 解放军信息工程大学解放军信息技术研究所, 河南 郑州 450002)

摘要: 针对重叠式认知 MIMO 干扰信道状态信息(CSI)非理想的问题, 提出一种顽健干扰对齐算法。首先通过欧几里得球形不确定性刻画非理想 CSI, 以最小化用户干扰泄漏为目标, 构建非理想 CSI 条件下发送预编码和接收干扰子空间矩阵的优化模型; 然后利用矩阵范数的不等式性质, 推导了最差条件下的主用户干扰温度约束; 最后采用拉格朗日部分对偶及次梯度更新方法, 推导出收发矩阵之间的迭代关系, 并从理论上分析了顽健算法的适用条件和可达自由度范围。仿真结果表明, 所提算法具有较好的顽健性, 且获得的次用户网络性能优于已有算法。

关键词: 认知 MIMO; 重叠式; 干扰对齐; 顽健性

中图分类号: TN92

文献标识码: A

Robust interference alignment algorithm for cognitive MIMO interference network

ZHU Shi-lei¹, ZHOU You², REN Xiu-kun¹, HU Han-ying¹

(1. Institute of Navigation and Space Target Engineering, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China;

2. Information Technology Research Institute, PLA Information Engineering University, Zhengzhou 450002, China)

Abstract: A robust interference alignment algorithm was proposed for underlay cognitive MIMO interference network with imperfect channel-state information (CSI). Firstly, imperfect CSI was characterized by Euclidean ball-shaped uncertainty, based on which the optimization model of transmitting precoding and receiving interference subspace matrix was constructed with aimed of minimizing interference leak. Then, primary users' interference temperature constraint under the worst-case condition was derived according to the matrix norm inequality. Finally, alternate iteration expressions of transceiver matrixes were obtained exploiting Lagrange partial dual-decomposition theory and sub-gradient update method. Moreover, the proposed algorithm's application condition and degrees of freedom range were theoretically analyzed. Simulation results show that the proposed algorithm is robust and its secondary users' network performance outperforms existing algorithms'.

Key words: cognitive MIMO, underlay, interference alignment, robust

1 引言

大容量、高速率的通信业务需求与有限的频谱资源之间的矛盾, 成为制约无线通信可持续发展的瓶颈^[1]。认知 MIMO 在继认知无线电高效、灵活、智能的基础上, 融合了 MIMO 空间抗干扰和多子流并行传输优势, 可实现时间、频率或空间多个不同维度

上的机会式频谱共享^[2]。频谱共享按照共享方式不同可分为交叉式 (overlay) 和重叠式 (underlay)^[3]。在交叉方式中, 次用户 (SU, secondary users) 利用主用户 (PU, primary users) 未占用的“频谱空洞”完成通信, 对主用户不产生任何干扰; 重叠方式则需要 SU 在保证 PU 正常通信的前提下与 PU 共享频谱, 具体是通过干扰温度门限来限制 SU 对 PU 的干扰。

收稿日期: 2015-01-16; 修回日期: 2015-09-05

基金项目: 国家科技重大专项基金资助项目 (No.2011ZX03003-003-02); 国家高技术研究发展计划 (“863”计划) 基金资助项目 (No.2012AA01A502, No.2012AA01A505)

Foundation Items: The Important National Science and Technology Specific Project of China (No.2011ZX03003-003-02), The National High Technology Research and Development Program of China (863 Program) (No.2012AA01A502, No.2012AA01A505)

目前,认知 MIMO 的研究已从简单的单用户点对点链路,逐渐向由多条通信链路构成的认知网络拓展,主要集中在保证主用户正常通信的前提下,如何分配 SU 的发送方案以及优化系统的某种性能度量^[4-8]。文献[4]给出了与多个主用户共存的单条认知链路优化发送策略,并分析了干扰温度的设置对通信容量的影响。文献[5]研究了由多个配有多天线 SU 个构成的多址接入信道,提出了优化 SU 发送协方差矩阵的最优迭代注水算法,来获得最大的次用户网络获得信息速率和。文献[6]针对认知 MIMO 网络,提出了一种迭代干扰对齐算法,该算法利用正交投影的方式,先将 SU 的发射信号正交投影到 PU 未占用的机会空间上,并在正交空间上对 SU 的发送信号实施干扰对齐。文献[7]给出了一种非迭代认知干扰对齐算法,同样要求认知用户完全消除对主用户的干扰。这类正交算法只机会式地利用 PU 未占用空间,且对认知用户的约束过于苛刻。文献[8]则允许 SU 使用全部的空间,只需限制对 PU 的干扰,其采用半正定松弛 (SDR, semi-definite relaxation) 方法松弛 PU 干扰温度约束,结合凸优化理论来求解收发编解码矩阵。

上述算法都假设已知理想的信道状态信息 (CSI, channel-state information)。由于缺乏与 PU 协作, SU 难以直接获得主用户接收端信道状态信息,而上述算法对 CSI 比较敏感^[9-11]。文献[9]假设信道误差服从加性高斯分布,利用了 CSI 误差统计信息使认知用户的服务概率最大化,算法具有较好的顽健性,但是在实际中 CSI 误差分布和统计信息难以获取,因而不易实现。文献[10]则采用欧几里得球形不确定性刻画 CSI 非理想,提出一种顽健分布式功率控制算法,利用拉格朗日对偶分解理论给出了顽健功率控制问题的解。但是,目前关于适用于认知 MIMO 干扰网络顽健算法的研究较少^[11]。

本文重点关注主次用户之间的信道非理想,通过欧几里得球形描述,以最小化用户干扰泄漏为目标,建立了认知 MIMO 网络的频谱共享模型。然后,利用范数的不等式性质,考虑最差 (worst-case) 条件下的性能,将无穷维的半无限规划转化为确定性的二次约束二次规划问题,利用 Rayleigh-Ritz 定理结合拉格朗日对偶原理,通过交替迭代的方式,推导了认知用户的收发矩阵之间的迭代关系,提出一种顽健干扰对齐算法,并从理论上分析了算法的适用条件和可达自由度范围。仿真结果表明,在非理

想 CSI 条件下,所提算法具有较好的顽健性,可以保证主用户基本速率,且次用户网络的速率性能损失较小,优于已有算法。

2 系统模型与问题描述

2.1 系统模型

本文设置的认知 MIMO 干扰网络重叠式频谱共享模型^[8],如图 1 所示。为了便于分析,考虑只有一对主用户通信的情况 (多主用户情况可以通过简单拓展得到),其发射机和接收机分别配备 M_0 和 N_0 个天线,信道传输矩阵为 $H_{00} \in C^{N_0 \times M_0}$,PU 在其授权频率上同时传输 d_0 路数据,即自由度为 d_0 ;而次用户网络由典型的 K 用户 MIMO 干扰网络构成,其中,发射机 k 和接收机 k 分别配备 M 和 N 个天线,使用 d_k 个自由度,对应的信道传输矩阵为 $H_{kk} \in C^{N_k \times M_k} (k=1,2,L,K)$ 。此外,SU 发射机 l 到接收机 k 的干扰信道用矩阵 $H_{kl} \in C^{N_k \times M_l} (k \neq l)$ 表示,而对于 SU 发射机 l 对 PU 接收机的干扰信道用 $G_{0l} \in C^{N_0 \times M_l}$ 表示。不妨假设信道满足块衰落 (block fading) 特性,且矩阵元素服从复高斯分布。

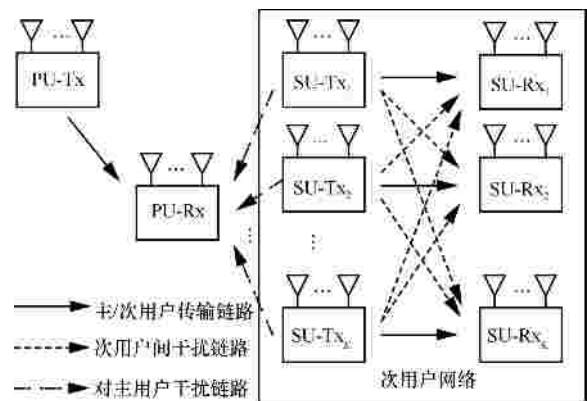


图 1 认知 MIMO 干扰网络频谱共享模型

对于 PU, d_0 维发射数据 s_0 经相应预编码矩阵 V_0 及信道 H_{00} 后到达 PU 接收机的接收信号 y_0 为

$$y_0 = H_{00}V_0s_0 + \sum_{l=1}^K G_{0l}V_l s_l + n_0 \quad (1)$$

其中, n_0 是均值为 0、方差为 I_{d_0} 的复高斯白噪声向量,式中第二项表示 PU 受到来自次用户网络的干扰。

对于次用户网络, SU 数据 $s_k (k=1,L,K)$ 经过相应的预编码 V_k 及信道 H_{kk} 到达接收机 k 后的接收信号 y_k 为

$$y_k = H_{kk}V_k s_k + \sum_{l=1, l \neq k}^K H_{kl}V_l s_l + n_k, k=1,L,K \quad (2)$$

其中，复高斯向量 $n_k \in \mathbb{C}^{N_k \times 1}$ 表示加性高斯白噪声，均值为 0、方差为 $E[n_k n_k^H] = s_k^2 \mathbf{I}_{d_k}$ ，式中第二项表示次用户间的共信道干扰。

2.2 问题描述

作为频谱非授权方的 SU，为了在 underlay 频谱共享方式下保证主用户的正常通信，其需要满足如下干扰温度约束

$$\sum_{l=1}^K \|U_0^H G_{0l} V_l\|_F^2 \leq T_0 \quad (3)$$

其中， U_0 表示主用户接收干扰抑制矩阵， T_0 表示主用户干扰温度门限。

然而，实际中 SU 所获得的 G_{0l} 并非理想的 CSI，会存在一定的偏差。这是由于 SU 作为频谱的非授权方无法与主用户合作导致的，SU 只能依靠频谱检测来获得 G_{0l} 的 CSI 信息，且受到检测能力和采样时长等限制，SU 所获得的 G_{0l} 存在一定的估计误差。类似于文献[10, 11]，假设 G_{0l} 的误差在一个椭圆范围内，用如下数学模型表示

$$G_{0l} = \{ \Theta_{0l} + \Delta G_{0l} \mid \|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l \} \quad (4)$$

其中， Θ_{0l} 、 ΔG_{0l} 、 e_l 分别表示 SU 的信道估计结果、信道估计误差矩阵以及信道误差范围。因此，非理想 CSI 条件下，干扰温度约束为 $\sum_{l=1}^K \|U_0^H (\Theta_{0l} + \Delta G_{0l}) V_l\|_F^2 \leq T_0, \|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l$ 。

为了实现认知网络的信息速率和最大化，需要对网络实现干扰对齐 (IA, interference alignment)，使各个 SU 的预编码矩阵 V_l 和干扰抑制矩阵 U_k 满足如下条件

$$U_k^H H_{kl} V_l = \mathbf{0}_{d_k \times d_l}, \forall k, l = 1, \dots, K, k \neq l \quad (5)$$

$$\text{rank}\{U_k^H H_{kk} V_k\} = d_k, \forall k = 1, \dots, K \quad (6)$$

其中，式(5)确保了 SU 发射机 l 不对其他 SU 接收机 $k (k \neq l)$ 产生干扰，而式(6)确保了第 k 条 SU 通信链路能够获得 d_k 个自由度，可转化为列满秩约束^[12]。文献[12]针对 MIMO 干扰网络，通过实际干扰信号空间与接收端预设干扰空间之间矩阵距离的 Frobenius 范数来描述干扰功率泄漏，从而将干扰对齐的求解等价转化为如下优化问题

$$\min_{\substack{V_l^H V_l = I, \\ C_k^H C_k = I}} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K \|H_{kl} V_l - C_k C_k^H H_{kl} V_l\|_F^2 \quad (7)$$

在文献[12]的基础上，考虑非理想 CSI 条件下

的主用户干扰温度约束，进而得到认知 MIMO 网络的频谱共享模型如下(问题 Q1)

$$\min \Psi(V_l, C_k) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K \|H_{kl} V_l - C_k C_k^H H_{kl} V_l\|_F^2 \quad (8)$$

$$\text{s.t.} \sum_{l=1}^K \|U_0^H (\Theta_{0l} + \Delta G_{0l}) V_l\|_F^2 \leq T_0, \|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l \quad (9)$$

$$V_l^H V_l = I_{d_l}, C_k^H C_k = I_{d_k} \quad (10)$$

其中， $C_k = U_k^\perp$ 表示正交补空间 (即干扰子空间)，记 C_k 为干扰子空间矩阵。

3 顽健的干扰对齐算法

由于干扰约束条件式 (9) 的存在，频谱优化问题 Q1 是一个半无限规划 (SIP, semi-infinite programming) 问题^[7]，其中，包含了无限多个约束条件 (ΔG_{0l} 是一个连续集合中的元素)，在求解时需要将其转化成一个确定性优化问题。

3.1 worst-case 条件优化

考虑到主用户的通信质量必须保证，即在任何条件下都需要满足干扰温度约束，即使在最差 worst-case 条件下也需满足干扰温度约束，则

$\sup_{\|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l} \sum_{l=1}^K \|U_0^H (\Theta_{0l} + \Delta G_{0l}) V_l\|_F^2 \leq T_0, l = 1, \dots, K$ 成立，其中，sup 表示上确界。根据范数的不等式性质^[13]得

$$\begin{aligned} & \sup_{\|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l} \left(\sum_{l=1}^K \|U_0^H (\Theta_{0l} + \Delta G_{0l}) V_l\|_F^2 \right) \\ &= \sum_{l=1}^K \left(\sup_{\|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l} \left(\|U_0^H (\Theta_{0l} + \Delta G_{0l}) V_l\|_F^2 \right) \right) \\ &= \sum_{l=1}^K \left(\|U_0^H \Theta_{0l} V_l\|_F^2 + \sup_{\|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l} \left(\|U_0^H \Delta G_{0l} V_l\|_F^2 \right) \right) \quad (11) \end{aligned}$$

其中，

$$\begin{aligned} & \sup_{\|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l} \left(\|U_0^H \Delta G_{0l} V_l\|_F^2 \right) = \|U_0^H\|_F^2 \sup_{\|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l} \left(\|\Delta G_{0l}\|_F^2 \right) \|V_l\|_F^2 \\ &= d_l e_l^2 \|U_0\|_F^2 \end{aligned}$$

则

$$\begin{aligned} & \sup_{\|\Delta G_{0l}\|_F \leq e_l} \left(\sum_{l=1}^K \|U_0^H (\Theta_{0l} + \Delta G_{0l}) V_l\|_F^2 \right) \\ &= \sum_{l=1}^K \|U_0^H \Theta_{0l} V_l\|_F^2 + \sum_{l=1}^K d_l e_l^2 \|U_0\|_F^2 \quad (12) \end{aligned}$$

在最差条件 worst-case 下满足干扰温度约束，则 Q1 可转化为 worst-case 优化模型

$$\begin{aligned} \min \Psi(\mathbf{V}_l, \mathbf{C}_k) &= \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad &\sum_{l=1}^K \|\mathbf{U}_0^H \mathbf{G}_{0l} \mathbf{V}_l\|_F^2 \leq T_0 - \sum_{l=1}^K d_l e_l^2 \|\mathbf{U}_0\|_F^2 \\ &\mathbf{V}_l^H \mathbf{V}_l = \mathbf{I}_{d_l}, \quad \mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I}_{d_k} \end{aligned} \quad (13)$$

上述问题是标准的二次约束二次规划问题，文献[8]采用半正定松弛 SDR 方法求解，但求解过程中忽略矩阵秩的约束，在多子流情况下存在一定的偏差。与文献[8]方法不同，本文结合拉格朗日对偶理论，采用交替迭代的方式求解式(13)。

3.2 干扰子空间矩阵的更新

固定所有 SU 的预编码矩阵 \mathbf{V}_l ，求解干扰子空间矩阵 \mathbf{C}_k ，此时干扰温度约束自然满足，则问题退化为传统的 MIMO 干扰网络问题

$$\min_{\mathbf{C}_k^H \mathbf{C}_k = \mathbf{I}} \sum_{k=1}^K \sum_{l=1, l \neq k}^K \|\mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l\|_F^2 \quad (14)$$

则根据 Rayleigh-Ritz 定理^[13]，次用户 k 最优的接收干扰子空间 \mathbf{C}_k 由下式给出^[12]

$$\mathbf{C}_k^* = \mathbf{u}_{N_k - d_k}^{\text{large}} \left(\sum_{j=0, j \neq k}^K \mathbf{H}_{kj} \mathbf{V}_j \mathbf{V}_j^H \mathbf{H}_{kj}^H \right) \quad (15)$$

其中， $\mathbf{u}_{N_k - d_k}^{\text{large}}(\mathbf{A})$ 表示取 \mathbf{A} 的 $N_k - d_k$ 个最大特征值对应的特征向量。

3.3 预编码矩阵的更新

固定 SU 的干扰子空间矩阵 \mathbf{C}_k ，则原问题 Q1 退化为 K 个相同的问题

$$\begin{aligned} \min \Psi_l(\mathbf{V}_l) &= \sum_{k=1, k \neq l}^K \|\mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H \mathbf{H}_{kl} \mathbf{V}_l\|_F^2 \\ \text{s.t.} \quad &\sum_{l=1}^K \|\mathbf{U}_0^H \mathbf{G}_{0l} \mathbf{V}_l\|_F^2 \leq T_0 - \sum_{l=1}^K d_l e_l^2 \|\mathbf{U}_0\|_F^2 \\ &\mathbf{V}_l^H \mathbf{V}_l = \mathbf{I} \end{aligned} \quad (16)$$

其中， $l \in \{1, L, K\}$ 。上述问题可通过部分对偶求解^[5]，问题式(16)的拉格朗日函数^[14]为

$$\begin{aligned} T_l(\mathbf{V}_l, l_l) &= \Psi_l(\mathbf{V}_l) + \\ &l_l \left(\sum_{l=1}^K \|\mathbf{U}_0^H \mathbf{G}_{0l} \mathbf{V}_l\|_F^2 + \sum_{l=1}^K d_l e_l^2 \|\mathbf{U}_0\|_F^2 - T_0 \right) \end{aligned} \quad (17)$$

其中，对偶变量 l_l 满足 $l_l \geq 0$ ，则拉格朗日对偶函数^[14]为

$$\Gamma_l(l_l) = \inf_{\mathbf{V}_l^H \mathbf{V}_l = \mathbf{I}} T_l(\mathbf{V}_l, l_l) \quad (18)$$

其中， \inf 表示下确界。由于 $T_0 - Kd_l^2 e_l^2 \|\mathbf{U}_0\|_F^2$ 为常数，根据 Rayleigh-Ritz 定理^[13]，类似于干扰子空间

矩阵的求解，得

$$\mathbf{V}_l^*(l_l) = \mathbf{u}_{d_l}^{\text{small}} \left(\sum_{k=1, k \neq l}^K \mathbf{H}_{kl}^H (\mathbf{I} - \mathbf{C}_k \mathbf{C}_k^H) \mathbf{H}_{kl} + l_l \mathbf{G}_{0l}^H \mathbf{U}_0^H \mathbf{U}_0 \mathbf{G}_{0l} \right) \quad (19)$$

其中， $\mathbf{u}_{d_l}^{\text{small}}(\mathbf{A})$ 表示取 \mathbf{A} 的 d_l 个最小特征值对应的特征向量。

式(19)中还带有未知的对偶变量 l_l ，可以通过下面的拉格朗日对偶问题求解

$$\begin{aligned} \max \quad &\Gamma_l(l_l) \\ \text{s.t.} \quad &l_l \geq 0 \end{aligned} \quad (20)$$

$\Gamma_l(l_l)$ 关于 l_l 是不可微的，无法采用基于梯度的求解方法^[15]。本文根据次梯度投影法，类似于文献[5]，得 l_l 的如下迭代关系

$$l_l^{(m+1)} = l_l^{(m)} + a^{(m+1)} \nabla_{l_l^{(m)}} \Gamma_l(l_l^{(m)}) \quad (21)$$

$$\nabla_{l_l} \Gamma_l(l_l) = \sum_{l=1}^K \|\mathbf{U}_0^H \mathbf{G}_{0l} \mathbf{V}_l^*(l_l)\|_F^2 + \sum_{l=1}^K d_l e_l^2 \|\mathbf{U}_0\|_F^2 - T_0 \quad (22)$$

其中， m 表示第 m 次迭代， $a^{(m+1)}$ 为第 $m+1$ 次迭代步长。

3.4 算法流程及有效性分析

综上所述，本文所提顽健干扰对齐算法的主要流程可以概括如算法 1 所示。

算法 1 顽健干扰对齐算法流程

Step1 初始化。设置 SU 预编码矩阵 $\mathbf{V}_l(0) = [e_1, e_2, \dots, e_{d_l}]$, $l = 1, L, K$ 。

Step2 更新干扰子空间矩阵。由式(15)计算 SU 接收干扰子空间矩阵 $\mathbf{C}_k(n)$, $k = 1, L, K$ 。

Step3 更新预编码矩阵。设置对偶变量初值 $l_l^{(0)} > 0$ 和迭代步长 $a^{(0)}$, $l = 1, L, K$ 。

Step4 由式(19)利用 $l_l^{(m)}$ 计算次用户发射预编码矩阵 $\mathbf{V}_l^{(m)}(n)$, $l = 1, L, K$ 。

Step5 由式(21)和式(22)更新对偶变量 $l_l^{(m+1)}$ 。若 $l_l^{(m+1)} > 0$ 则进入 Step6；否则适当减小步长 $a^{(m+1)}$ 后，重新计算 $l_l^{(m+1)}$ ，直到 $l_l^{(m+1)} > 0$ 中，进入 Step6。

Step6 若 $|l_l^{(m+1)} - l_l^{(m)}| \leq \Delta l$ ，则 $\mathbf{V}_l(n) = \mathbf{V}_l^{(m+1)}(n)$ ，进入 Step7；否则返回 Step4。

Step7 结束。由式(7)计算目标函数 $\Psi(\mathbf{V}_l, \mathbf{C}_k)$ ，若 $\Psi(\mathbf{V}_l, \mathbf{C}_k) < j_0$ 或 $n > N_{\max}$ ，则算法结束；否则返回 Step2。

算法中， e_l 表示单位列向量， n 表示第 n 次交替迭代， N_{\max} 为预设的最大交替迭代次数， Δl 为控制对偶变量更新精度的常数， j_0 为控制算法精度

的常数。当 $j_0 \ll s_k^2$ (噪声方差) 时, 相对于噪声而言, 由用户干扰导致的 SU 速率损失可以忽略^[4], 因此本文设置 $j_0 = 0.0001 s_k^2$ 。

算法采用交替迭代的方式来解频谱共享问题的最优值, 文献[12]证明了该方法一定收敛, 且这种交替迭代的方式能够求得最优解。所以分析算法有效性的关键在于每一次迭代过程中, 能否得到最优解。下面对每一步不同变量求解的有效性进行分析。

1) 对于最优 C_k 的求解。利用 Rayleigh-Ritz 定理, 直接推导出最优矩阵的闭式解。

2) 对于最优 l_i 的求解。本文采用次梯度投影法更新对偶变量 l_i , 文献[15]中证明了次梯度投影法能够收敛到最优解。由于对偶函数 $\Gamma_i(l_i)$ 是关于 l_i 的一族仿射函数的下确界, 则 $\Gamma_i(l_i)$ 是关于 l_i 凸函数, 即算法总是能够保证收敛到唯一全局最优解 l_i^* 。

3) 对于最优 V_i 的求解。当最优 l_i^* 确定后, 同 C_k 的求解, 利用 Rayleigh-Ritz 定理可得式(18)的最优闭式解 V_i^* 。而式(16)中目标函数是关于 V_i 的凸函数, 且存在 V_i^0 使 $\sum_{i=1}^K \|U_0^H G_{0i} V_i\|_F^2 - T_0 - \sum_{i=1}^K d_i e_i^2 \|U_0\|_F^2$ 成立, 即满足 Slater 条件, 因而强对偶性成立^[13]。此时, 式(18)与式(16)等价, 不存在最优对偶间隙, 即 $\Gamma(l_i^*) = \Psi_i(V_i^*)$, 说明部分对偶是原问题的一种等价转化, 利用其可以求得原问题的最优解。

4 理论推导与分析

4.1 算法适用条件分析

所提算法在非理想 CSI 的条件下可实现主次用户共存, 且不影响 PU 的正常通信。但是前提是 SU 必须满足干扰温度约束。然而不同信道的 CSI 非理想程度并不一样, 所提算法应该有一定的适用前提, 需要满足 $T_0 - \sum_{i=1}^K d_i e_i^2 \|U_0\|_F^2 > 0$ 。因此干扰温度设置至关重要, 不仅和 PU 的需求速率有关, 而且决定着所提算法适用条件。下面通过命题 1 及其推论, 给出详细的分析和说明。

文献[4]针对认知点对点通信场景, 理论上分析并给出了主用户由于受认知用户干扰容量损失的最大值(文献[4]中定理 1)。该结论在本文所设置的认知 MIMO 干扰网络场景下依然适用(如引理 1 所述)。引理 1 的证明过程与文献[4]类似, 此处不做赘述。此外, 后续将通过仿真验证引理 1 的正确性。

引理 1^[4] 在认知 MIMO 干扰网络中, 主用户由

于受认知用户干扰, 与无认知网络共享频谱的情况相比, 主用户容量损失的上界为 $\min(M, N) \text{lb} \left(1 + \frac{T_0}{s_0^2} \right)$,

其中, M 、 N 分别为主用户的发送和接收天线数目; T_0 为干扰功率限制门限; s_0^2 为噪声方差。

命题 1 假设主用户正常通信时所需要信息速率为 \bar{R}_0 , 当主用户发送端的发送协方差为 $Q_0^* = E\{V_0 s_0 s_0^H V_0^H\}$ 时, 干扰温度门限 T_0 应满足

$T_0 \geq 2^{\log_2 \left(\frac{\bar{R}_0}{K} \right)} \left(\sum_{i=1}^K d_i e_i^2 \|U_0\|_F^2 \right) - s_0^2$, 其中, s_0^2 为主用户接收端的噪声方差, $K = \min(M, N)$ 为主用户发送和接收天线的最小值。

证明 当没有认知网络存在时, 主用户的可达速率为

$$R = K \log \left| I + s_0^{-2} H_{00} Q_0^* H_{00}^H \right| \quad (23)$$

当有认知网络时, 根据引理 1, 主用户通信速率损失的上界为

$$R - R' \leq K \log \left(1 + \frac{T_0}{s_0^2} \right) \quad (24)$$

其中, R' 为有认知网络干扰时 PU 的可达速率, T_0 为认知网络满足的干扰温度约束门限。

如果满足 $R - \bar{R}_0 \leq K \log \left(1 + \frac{T_0}{s_0^2} \right)$, 则可以保证主用户的正常通信需求, 即有 $R' \geq \bar{R}_0$ 成立。此时有 $K \log \left| I + s_0^{-2} H_{00} Q_0^* H_{00}^H \right| - \bar{R} \leq K \log \left(1 + \frac{T_0}{s_0^2} \right)$, 则

$$T_0 \geq 2^{\log_2 \left(\frac{\bar{R}_0}{K} \right)} \left(\sum_{i=1}^K d_i e_i^2 \|U_0\|_F^2 \right) - s_0^2 \quad (25)$$

推论 1 由 $T_0 - \sum_{i=1}^K d_i e_i^2 \|U_0\|_F^2 > 0$ 可知, 对于 CSI 不同的非理想程度, 所提算法适应条件

$$e_i < \sqrt{\frac{T_0}{\sum_{i=1}^K d_i \|U_0\|_F^2}} = \sqrt{\frac{2^{\log_2 \left(\frac{\bar{R}_0}{K} \right)} \left(\sum_{i=1}^K d_i e_i^2 \|U_0\|_F^2 \right) - s_0^2}{\sum_{i=1}^K d_i \|U_0\|_F^2}} \quad (26)$$

4.2 算法可达自由度分析

无线网络的自由度是指网络中无干扰的信号维度, 利用其可以估计多天线的系统容量增益。容量 C_Σ 可以近似表示为 $C_\Sigma = d \log(r) + O(\log(r))$, 其中, d 是自由度的个数, r 是用户接收端信噪比^[17]。

假设认知网络的认知用户总的自由度为 $d^{\text{sum}} = \sum_{k=1}^K d_k$,

则有以下命题成立

命题 2 认知用户最大的总自由度 d_{\max}^{sum} 满足

$$\frac{K}{2} \min((M - d_0)^+, (N - d_0)^+) \leq d_{\max}^{\text{sum}} \leq \frac{K}{2} \min(M, N) \quad (27)$$

证明 当无 PU 存在时, 认知 MIMO 干扰网络退化为传统的 MIMO 干扰网络, 其最大自由度为 $\frac{K}{2} \min(M, N)$ [6]。考虑 PU 存在时, 由于认知网络中多了一部分来自 PU 的干扰, 各个用户无干扰的信号维度可能减少, 因此有 $d_{\max}^{\text{sum}} \leq \frac{\min(M, N)}{2}$ 成立。

为了保证 PU 的正常通信, 文献[6]中 SU 采用正交对 PU 干扰的方式, 认知网络最大自由度为 $\frac{K}{2} \min((M - d_0)^+, (N - d_0)^+)$ 。因为完全避免了对 PU 干扰, 其可以满足任意的干扰温度门限 T_0 设置, 因此, $d_{\max}^{\text{sum}} = \frac{K}{2} \min((M - d_0)^+, (N - d_0)^+)$ 。

综上所述, 原命题得证。

推论 2 给定干扰温度门限和 PU 接收端噪声方差的条件下, 当 SU 的发送功率 $P_t \rightarrow 0$, 认知网络总自由度 $d_{\max}^{\text{sum}} \rightarrow \frac{\min(M, N)}{2}$ 。

证明 当发送功率 P_t 足够小, 使在任何情况下, SU 对 PU 的干扰功率远小于 PU 接收端噪声可忽略, 此时干扰温度约束失效, 问题退化为无主用户的情况, 因此 $d_{\max}^{\text{sum}} \rightarrow \frac{\min(M, N)}{2}$ 。

推论 3 给定干扰温度门限和 PU 接收端噪声方差的条件下, 当 SU 的发送功率 $P_t \rightarrow \infty$ 时, 认知网络总自由度 $d_{\max}^{\text{sum}} \rightarrow \frac{\min((M - d_0)^+, (N - d_0)^+)}{2}$ 。

证明 给定干扰温度门限的条件下, 如果 SU 对 PU 存在干扰, 这部分干扰必然会随着 P_t 的增加而逐渐增加, 进而超过给定的干扰门限。而为了保证满足干扰温度限制, 当 $P_t \rightarrow \infty$ 时, 需要完全避免对主用户的干扰, 则 $d_{\max}^{\text{sum}} \rightarrow \frac{\min((M - d_0)^+, (N - d_0)^+)}{2}$ 。

5 仿真结果及分析

为了验证所提顽健性算法的有效性, 现对算法进行计算机仿真。仿真中假设次用户网络中有 3 对 SU 共享频谱, 各配有 M 副天线, 每对 SU 采用 d_k ($k = 1, 2, 3$) 个子流传递信息; 考虑在同一时刻同一频段上只有一对 PU 接入, 其收发天线数均为 N ,

采用 d_0 个子流传输数据。为了方便分析且不失一般性, 不妨设 $M = 6, N = 4, d_0 = 2$, 误差范围 e_i 均相等为 e_0 。文献[5]假设各个 SU 之间的距离相等为 l_1 , 各个 SU 与 PU 接收端的距离相等为 l_2 , 路径损耗系数为 $g = 2.5$, 则信道系数可表示为 $H_{kl} = \hat{H}_{kl} l_1^{-g}, G_{0l} = \hat{G}_{0l} l_2^{-g}$, 其中, \hat{H}_{kl} 、 \hat{G}_{0l} 中元素服从零均值的高斯分布。

图 2 分析了干扰温度对主用户的影响。其中, 图 2(a)给出了不同干扰温度设置对主用户可达速率的影响。仿真结果表明, 因受认知用户干扰, 随着信噪比的提高, 干扰逐渐代替噪声成为主要因素, 导致 PU 的可达速率逐渐饱和, 且干扰越大对应 PU 的饱和速率越低; 图 2(b)在给定干扰温度条件下, 给出了由于 SU 存在导致 PU 速率损失的理论计算结果、与通过蒙特卡罗数值仿真得到的最大和平均速率损失结果进行对比, 数值仿真结果与引理 1 的理论结果一致, 说明引理 1 同样适用于认知 MIMO 干扰网络, 因而可根据 \bar{R}_0 设置干扰温度, 进而可确定所提顽健算法的适应条件。

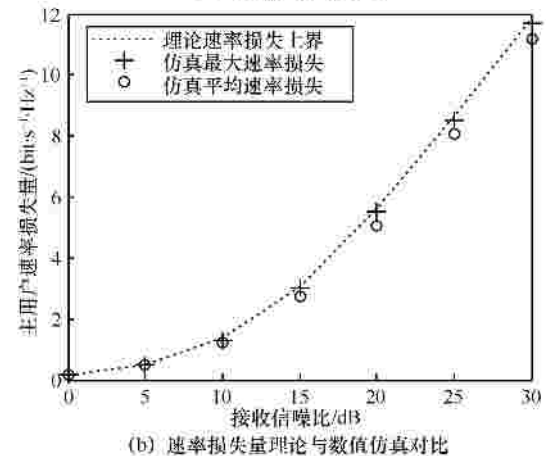
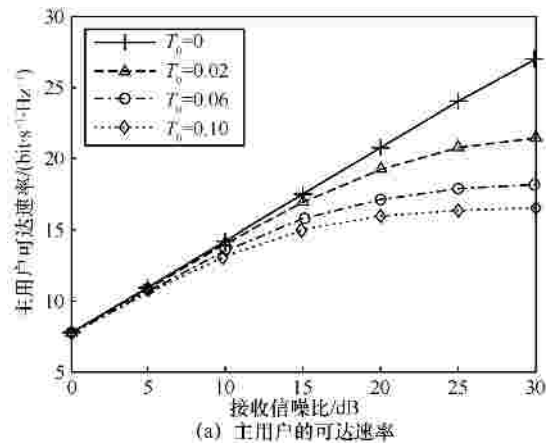


图 2 干扰温度对主用户速率影响

在给定 T_0 的基础上，为了分析算法的顽健性，现将所提顽健算法和非顽健算法下的主用户可达速率进行对比 ($T_0=0.06$)，如图 3 和图 4 所示。其中，图 3 将 $T_0=0.06$ 对应的 PU 可达速率作为其需求速率，将不同算法可达的 PU 速率与之对比，来反映了不同算法的顽健性能。仿真结果说明，非顽健算法由于未考虑 CSI 非理想，即假设信道误差 $e_0=0$ ，对应的 PU 平均可达速率低于 PU 需求速率，会损害到主用户的利益，且随着 CSI 非理想的程度加剧而更加恶化。而所提算法采用了最差性能最优的顽健性设计，能够保证信道非理想条件下主用户速率不低于通信需求，算法具有较好的顽健性。

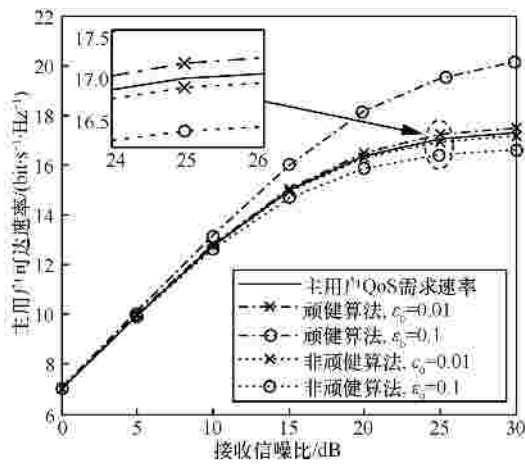


图 3 主用户速率分析 ($T_0=0.06, \frac{l_2}{l_1}=1$)

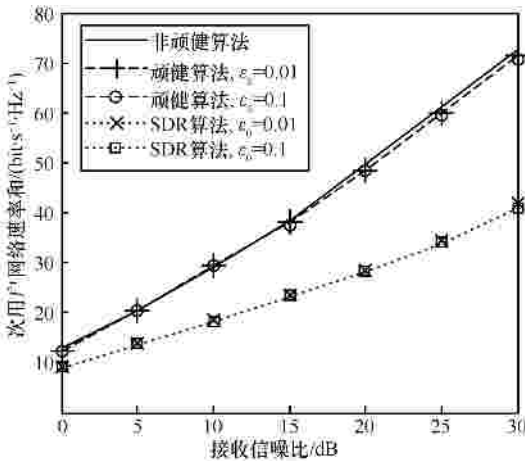


图 4 次用户网络速率和分析 ($T_0=0.06, \frac{l_2}{l_1}=1$)

图 4 针对 worst-case 优化模型 给出了所提算法、非顽健算法与 SDR 算法^[8]的次用户网络的速率和随接收信噪比的变化曲线。仿真结果表明，所提顽健算法为了不影响主用户正常通信，牺牲了次用户网

络部分性能，速率性能要略低于传统算法。然而所提顽健算法的速率性能优于 SDR 算法。这是因为 SDR 算法采用了半正定松弛方式，忽略了非凸的秩约束条件，导致 SDR 算法获得性能速率性能；而所提算法采用拉格朗日对偶以及交替迭代的方法，可保证了算法的有效性，获得较优的网络性能。

图 5 给出了不同距离比 $\frac{l_2}{l_1}$ 下次用户网络的可达速率和，并与 MIMO 干扰网络中的传统 IA 算法^[12]（无主用户存在）以及正交 IA 算法^[6]（完全消除对主用户干扰）对比。仿真结果表明，所提算法次用户网络的速率与 $\frac{l_2}{l_1}$ 成正比，且性能介于 MIMO 网络 IA 算法和正交 IA 算法之间，从数值上验证了命题 2 的相关结论。

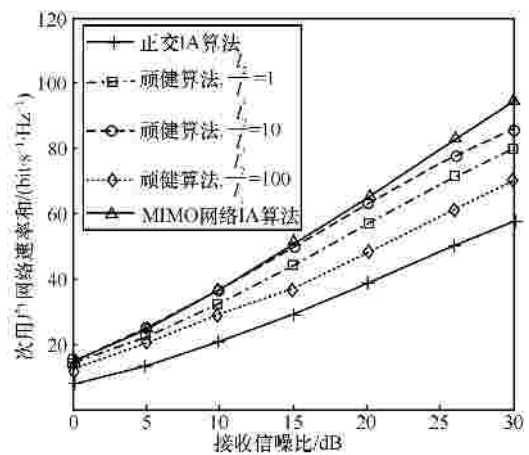


图 5 不同距离比的次用户网络和速率分析 ($T_0=0.06$)

6 结束语

本文考虑 CSI 误差受限条件下，研究认知 MIMO 干扰网络的顽健干扰对齐算法，通过最差约束，将无穷维 SIP 规划问题转换为标准的二次约束二次规划问题，并利用拉格朗日对偶和次梯度更新发给出收发矩阵的迭代关系。通过理论推导给出了算法的适用条件和可达自由度。仿真结果说明算法具有较好的顽健性，同时验证了理论推导结论的合理性。

参考文献：

[1] LEE D, JEONG B J. Performance analysis of scheduled cognitive radio systems with MIMO transmission[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2013, 62(8): 4088-4093.
 [2] KHOSHKOLGH M G, NAVAIE K, YANIKOMEROGLU H. Access strategies for spectrum sharing in fading environment: overlay, underlay, and mixed [J]. IEEE Transactions on Mobile Computing, 2010,

- 9(12): 1780-1793.
- [3] 李钊, 李建东, 刘勤, 等. 基于干扰对齐的认知 MIMO 系统频谱共享与用户调度[J]. 通信学报, 2014, 35(1): 167-172.
LI Z, LI J D, LIU Q, et al. Interference alignment based spectrum sharing and user scheduling for cognitive radio MIMO system[J]. Journal on Communications, 2014, 35(1): 167-172.
- [4] ZHANG R, LIANG Y C. Exploiting multi-antennas for opportunistic spectrum sharing in cognitive radio networks[J]. IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, 2008, 2(1): 88-102.
- [5] 魏飞, 杨震. 认知 MIMO MAC 最优迭代注水算法[J]. 通信学报, 2012, 32(11): 133-139.
WEI F, YANG Z. Optimum iterative water-filling algorithm for cognitive MIMO MAC [J]. Journal on Communications, 2012, 32(11): 133-139.
- [6] AMIR M, EL-KEYI A, NAFIE M. Constrained interference alignment and the spatial degrees of freedom of MIMO cognitive networks [J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2011, 57(5): 2994-3004.
- [7] ABDELHAMID B, ELSABROUTY M, ALGHONIEMY M, et al. Cooperative and non cooperative multi-secondary users cognitive radio system with channel uncertainty[C]//2012 IEEE 23rd International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC). c2012:1582-1587.
- [8] DU H, RATNARAJAH T, ZHOU H, et al. Interference alignment for peer-to-peer underlay MIMO cognitive radio network[C]//2011 Conference Record of the Forty Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers (ASILOMAR). c2011:349-353.
- [9] ZHENG G, MA S, WONG K K, et al. Robust beamforming in cognitive radio[J]. IEEE Transactions on Wireless Communications, 2010, 9(2): 570-576.
- [10] 徐勇军, 赵晓晖. 认知无线电系统的稳健资源分配算法[J]. 通信学报, 2014, 35(4): 124-129.
XU H Y, ZHAO X H. Robust resource allocation algorithm for cognitive radio system[J]. Journal on Communications, 2014, 35(4): 124-129.
- [11] ABDELHAMID B, ELSABROUTY M, ALGHONIEMY M, et al. Underlay MIMO cognitive transceivers design with channel uncertainty[C]//2013 IEEE 24th International Symposium on Personal Indoor and Mobile Radio Communications (PIMRC). IEEE, c2013: 1019-1023.
- [12] PETERS S W, HEATH R W. Interference alignment via alternating minimization[C]//IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing. c2009:2445-2448.
- [13] 张贤达. 矩阵分析与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004.
ZHANG X D. Matrix analysis and applications[M]. Beijing: Tsinghua Press, 2004.
- [14] BOYD S, VANDENBERGHE L. Convex optimization[M]. Cam-

bridge University Press, 2009.

- [15] BOYD S, XIAO L, MUTAPCIC A. Subgradient methods[R]. Stanford University, Autumn Quarter Lecture Notes of EE392o, 2004.
- [16] HUANG C, JAFAR S A. Degrees of freedom of the MIMO interference channel with cooperation and cognition[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(9): 4211-4220.
- [17] HUANG C, JAFAR S A. Degrees of freedom of the MIMO interference channel with cooperation and cognition[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(9): 4211-4220.

作者简介:



朱世磊 (1987-), 男, 江苏淮安人, 解放军信息工程大学博士生, 主要研究方向为 MIMO 无线通信、认知无线电频谱共享、预编码和干扰对齐技术。



周游 (1979-), 男, 安徽合肥人, 博士, 解放军信息工程大学助理研究员, 主要研究方向为移动通信。



任修坤 (1979-), 男, 河南新乡人, 解放军信息工程大学讲师, 主要研究方向为 MIMO 信号处理和认知无线电。



胡捍英 (1961-), 男, 河南内乡人, 解放军信息工程大学教授、博士生导师, 主要研究方向为无线通信和空间信息技术。